Journal of Radiation Researches, vol.5, №2, 2018, Baku

PACS: 25.40-Ep

ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ НЕКОГЕРЕНТНОГО УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

С.Г. Абдулвагабова, Н.Ш. Бархалова, Т.О. Байрамова

Бакинский Государственный Университет
sajida.gafar@gmail.com

Резюме: Настоящая работа посвящена рассмотрению рассеяния нейтронов на ядрах кристалла на основе теории многократного рассеяния с приминением оптического потенциала. В приближении «тяжелого ядра» выводится формула для распределения интенсивности рассеянной некогерентной волны. Полученные результаты применяются к вычислению угла отклонения нейтрона при многократном рассеянии на нуклонах ядра.

Ключевые слова: нейтрон, негорентное рассеяние, многократное рассеяние.

1. Введение

Ядерные процессы с нейтронами низких энергий составляют наиболее подробно изученный раздел физики ядерных взаимодействий. Достигнутый здесь существенный прогресс связан с появлением качественной экспериментальной информации об особенностях энергетической и угловой зависимостей соответствующих сечений и с очевидными успехами теоретической интерпретации данных. Но надо отметить, что возможности получения полной информации в исследованиях на нейтронах с низкой энергией носят ограниченный характер, и пока нет полного понимания механизма взаимодействия нейтронов с веществом.

Наличие интенсивных потоков тепловых нейтронов от стационарных реакторов позволяет измерять малые сечения рассеяния и использовать для измерений тонкие мишени, обеспечивающие получение хорошего разрешения по энергии регистрируемых частиц [1]. Необходимо отметить, что большая ценность измерения тепловых сечений заключается в том, что эти величины используются часто в качестве опорных при измерении сечений на резонансных нейтронах.

В данной работе изучено некогерентное рассеяние нейтронов на кристалле. Для рассеяния в среде применена оптическая модель, в рамках которой рассматривается функция рассеяния. Оптический потенциал позволяет найти сечения рассеянной волны нейтрона.

2. Сечения некогерентного упругого рассеяния

Дифференциальное сечение рассеяния тепловых нейтронов от газов, жидкостей или твердых тел выражается через функции рассеяния - $S(\alpha,\beta)$ следующим образом [2]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}') = \frac{\sigma_b}{4\pi kT}\sqrt{\frac{E'}{E}}e^{-\frac{\beta}{2}}S(\alpha,\beta), \tag{1}$$

где:

$$S(\alpha,\beta)=\frac{\sigma_{к}}{\sigma_b}S_{к}(\alpha,\beta)+\frac{\sigma_{нк}}{\sigma_b}S_{нк}(\alpha,\beta), \qquad (2)$$

E и E'- энергия нейтронов до и после рассеяния в лабораторной системе, соответственно, Ω - телесный угол в лабораторной системе, σ_b – полное сечение рассеяния нейтронов ($\sigma_b=\sigma_b^{к}+\sigma_b^{нк}$), kT - температура в эВ, и $S(\alpha,\beta)$ – симметричная форма функции рассеяния. $S(\alpha,\beta)$ зависит только от двух переменных:

1) от импульса передачи κ

$$\alpha=\frac{E'+E-2\sqrt{E'E}\cos\theta}{AkT}=\frac{\hbar^2\kappa^2}{2MkT}\ , \qquad (3)$$

где A отношение массы рассеивающегося атома M к нейтронной массе;

2) от энергии передачи ε

$$\beta=\frac{E'-E}{kT}=\frac{\varepsilon}{kT} \qquad (4)$$

В ядерном реакторе уравнение переноса вычисляться по формуле:

$$\vec{\Omega}\cdot\nabla\Phi+\Sigma(\vec{r}\,',E')\Phi(\vec{r},E',\vec{\Omega}')=\Sigma_S(\vec{r}\,',E\to E',\vec{\Omega}\to\vec{\Omega}')+\frac{1}{K_{eff}}\int\Sigma_f(\vec{r}\,',E)\bar{\nu}\frac{1}{4\pi}\chi(E')$$
$$\Phi(\vec{r}\,',E,\vec{\Omega})\ d\vec{\Omega}\ dE, \qquad (5)$$

где Ф- поток нейтронов; K_{eff} - эффективный коэффициент размножения; $\bar{\upsilon}$ - число нейтронов на каждом акте деления; χ- спектр нейтронов на каждом акте деления; Σ_S - макроскопическое сечение рассеяния нейтронов; Σ_f - макроскопическое сечение деления нейтронов.

Функция рассеяния $S(\alpha,\beta)$ при низких энергиях вычисляется аналитически. Для вычисления микроскопического сечения некогерентного неупругого рассеяния $\sigma_{нк}$, принимаем $K_{eff}=1$ (критическое состояние) и производим расчет сечения для тепловой области с помощью соотношения:

$$\Sigma_S(\vec{r}\,',E\to E',\vec{\Omega}\to\vec{\Omega}')=N(\vec{r}\,')\cdot\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}(\vec{r}\,',E\to E',\vec{\Omega}\to\vec{\Omega}')\,, \qquad (6)$$

где $N(\vec{r}\,')$ - плотность нейтронов;

Подставляя $S(\alpha,\beta)$ из (2) в (6) для макроскопического сечения рассеяния получаем:

$$\Sigma_S(\vec{r}\,',E\to E',\vec{\Omega}\to\vec{\Omega}')=N(\vec{r}\,')\cdot\frac{\sigma_b}{4\pi kT}\sqrt{\frac{E'}{E}}e^{-\frac{\beta}{2}}S(\alpha,\beta)\,. \qquad (7)$$

Некогерентное приближение заключается в том, что пренебрегают интерференцией нейтронных волн, рассеянных различными атомами, т.е. считают все рассеяние некогерентным. Дважды дифференциальные (по углам и энергиям) сечения $d^2\sigma/dEd\Omega$ когерентного и некогерентного рассеяния при малых начальных энергиях нейтрона E_0 отличаются весьма существенно: некогерентное сечение непрерывно, когерентное содержит δ-функции. При интегрировании по $d\Omega$ δ-функции исчезают, и дифференциальные сечения $d\sigma / dE$ когерентного и некогерентного неупругого рассеяния уже не столь сильно отличаются друг от друга.

При интегрировании по E – конечной энергии нейтрона происходит еще одно усреднение, и влияние интерференции на такие интегральные параметры, как полное сечение неупругого рассеяния и моменты передачи энергии, еще раз уменьшается.

В некогерентном приближении

$$S_к(\alpha ,\beta)= S_{нк}(\alpha ,\beta). \tag{8}$$

Далее из (2) получим:

$$S(\alpha ,\beta)= S_{нк}(\alpha ,\beta) \tag{9}$$

В этих приближениях дифференциальное сечение можно представить в виде:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}') = \sigma_s^{нк}(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}'). \tag{10}$$

Тогда, уравнение (7) превращается в:

$$\Sigma_S(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}') = N(\vec{r}\,').\sigma_s^{нк}(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}'), \tag{11}$$

где:

$$\sigma_s^{нк}(\vec{r}', E \to E', \vec{\Omega} \to \vec{\Omega}') = \frac{\sigma_b}{4\pi kT}\sqrt{\frac{E'}{E}}e^{-\frac{\beta}{2}}.\, S_{нк}(\alpha ,\beta) \tag{12}$$

При расчетах для гомогенных реакторов, функция рассеяния нейтронов зависит только от косинуса угла между начальным и конечным направлением его движения и поэтому возникает задача нахождения результирующего угла отклонения ϑ после n последовательных столкновений нейтрона с нуклонами ядра. Вероятность отклонения в телесный угол $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$ после n столкновений равна

$$W_n(\vartheta, \varphi)\, d\Omega = \frac{1}{4\pi}\sum_l (2l+1)(g_l)^n P_l(\cos\vartheta) d\Omega. \tag{13}$$

где:

$$g_l = \frac{1}{\sigma}\int P_l(\cos\vartheta)\sigma(\vartheta) d\Omega. \tag{14}$$

Обозначим через $W(n)$ вероятность того, что проходя через ядро частица испытает в среднем n столкновений. Тогда вероятность того, что частица отклонится на угол, лежащий между ϑ и где $\vartheta + d\vartheta$, равна

$$I(\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta = \frac{1}{2}\sum_l (2l+1)\left[\sum_n W(n)(g_l)^n\right] P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta \tag{15}$$

В приближение тяжелого ядра можно показать [11], что

$$\sum_{n=0}^{\infty} W(n)(g_l)^n \approx \exp\left[-A\int d\Omega\sigma(\vartheta)(1-g_l)\right]. \tag{16}$$

Учитывая последние выражения, для распределения интенсивности при многократном рассеянии получим

$$I(\vartheta)=\frac{1}{2}\sum_{l}(2l+1)\exp\left\{-\frac{1}{2}A\int_{0}^{\pi}\sigma_{om}\frac{1}{x^{3}}\left[1-P_{l}(1-2x^{2})\right]dx\right\}P_{l}(\cos\vartheta),\ y=\sin\frac{\theta}{2}. \quad (17)$$

Вычисление (17) довольно громоздко. Поэтому будем пользоваться только первым борновским приближением. Определим следующие величины:

$$\beta=\frac{v}{c};\quad \chi_{C}^{2}=4\pi A\left(\frac{\mu}{\hbar^{2}k^{2}}\right)^{2};\quad l_{0}=\frac{\rho}{\lambda\!\!\!^{-}};\quad \theta_{C}=\frac{\sqrt{2\alpha}}{l_{0}};$$

$$K'=\zeta\ln\left(\frac{\chi_{C}^{2}}{4}\right)-\ln\left(\frac{\chi_{C}^{2}}{4}\right)+\frac{1}{2}-C \quad (18)$$

Кроме того, положим

$$P_{l}(\cos\vartheta)\approx J_{0}[(l+1/2)\vartheta]=J_{0}\left(\frac{\xi\vartheta}{\chi}\right), \quad (19)$$

и заменим суммирование по l интегрированием. С этой целью используем формулу Эйлера-Маклорена

$$\sum_{l}f(n+1/2)=\int_{0}^{\infty}f(x)dx+\frac{1}{24}f'(0)+\ldots \quad (20)$$

Тогда для интенсивности получим

$$I(\vartheta)\approx 2\exp\left[-\left(\frac{\vartheta}{2\chi_{C}\sqrt{K'}}\right)^{2}\right]=2\exp\left[-\left(\frac{\vartheta}{\overline{\vartheta}^{2}}\right)^{2}\right], \quad (21)$$

и средний квадрат ϑ равен

$$\overline{\vartheta}^{2}=4\chi_{C}^{2}K'=32A\left(\frac{\mu}{\hbar^{2}k^{2}}\right)^{2}\frac{\alpha^{2}}{l_{0}(\mathrm{Re}\,a)^{2}}K. \quad (22)$$

Выражение (22) позволяет определить флуктуацию плотности из данных о среднем квадрате угла рассеяния $\overline{\vartheta}^{2}$.

3. Заключение

В замедлении нейтронов кристаллическим веществом проявляются интегральные характеристики сечения $d\sigma/dE$, которые, как мы видели, даются некогерентным приближением с хорошей точностью вплоть до энергий около $E_{кр.}$ Для большинства веществ $E_{кр}$ составляет несколько десятков градусов Кельвина, поэтому некогерентное приближение вполне может быть использовано для вычисления спектра нейтронов в реакторах с комнатной или более высокой температурой замедлителя. При длине волны нейтрона, в несколько раз меньшей, чем $\lambda_{кр}$, не только интегральные характеристики сечения, но и само сечение $d\sigma/dE$ в некогерентном приближении вычисляется с большой точностью, поэтому для надтепловых нейтронов некогерентное приближение всегда применимо.

Литература

1. Гледнев Ю.М., Келер П.Е.// ЭЧАЯ, 2002, Том 33, Вып.2, стр.261.
2. Абдулвагабова С.К., Масти Д.// Известия Высших Учебных Заведений. Физика, 2008, №12, стр.52-55.

CALCULATION OF CROSS-SECTION OF INCOHERENT ELASTIC SCATTERING OF THERMAL NEUTRONS

S.G. Abdulvahabova, N.Sh. Barkhalova, T.O. Bayramova

Abstract: This paper is devoted to the consideration of neutron scattering on the crystal nuclei based on multiple scattering theories with application of the optical potential. In the approximation of the "heavy nucleus" the formula is derived for the distribution of the intensity of the scattered incoherent wave. The obtained results are applied to the calculation of the angle of deflection of a neutron in multiple scattering on nucleons of the nucleus.

Key words: neutron, incoherent scattering, multiple scattering.

İSTİLİK NEYTRONLARININ RABİTƏSİZ ELASTİK SƏPİLMƏSİNİN EN KƏSİYİNİN HESABLANMASI

S.Q. Əbdülvahabova, N.Ş. Barxalova, T.O. Bayramova

Xülasə: İşdə optik potensialı tətbiq etməklə çoxdəfəli səpilmə nəzəriyyəsi əsasında neytronların kristalların nüvələrindən səpilməsinə baxılmışdır. "Ağır nüvə" yaxınlaşmasında qeyri-koherent dalğanın intensivliyi üçün idfadə alınmışdır. Alınmış nəticələr nüvənin nuklonları tərəfindən neytronların çoxdəfəli səpilməsi zamanı dönmə bucağının hesablanmasına tətbiq edilmişdir.

Açar sözlər: neytron, qeyri-koherent səpilmə, coxdəfəli səpilmə.